

I circuiti digitali

- I circuiti digitali possono essere classificati in due categorie
- Circuiti combinatori
 - Il valore delle uscite ad un determinato istante dipende unicamente dal valore degli ingressi in quello stesso istante.
- Circuiti sequenziali
 - Il valore delle uscite in un determinato istante dipende sia dal valore degli ingressi in quell'istante sia dal valore degli ingressi in istanti precedenti
 - Per definire il comportamento di un circuito sequenziale è necessario tenere conto della storia passata degli ingressi del circuito
- La definizione di circuito sequenziale implica due concetti:
 - **Il concetto di tempo**
 - **Il concetto di stato**

Automati a stati finiti

- Si tratta di un modello matematico
- Rappresenta una macchina in grado di eseguire algoritmi
- Introduce il concetto di stato come condizione interna del sistema
- Viene utilizzato per

Macchina sequenziale

- Il valore delle uscite all'istante t dipende dalla successione degli ingressi che precedono l'istante t
- Ciò implica il concetto di *stato*
- Una macchina sequenziale è definita dalla quintupla (I, U, S, τ, ω) :
 - I - Alfabeto di Ingresso
 - E' costituito dall'insieme *finito* dei *simboli* di ingresso
 - U - Alfabeto d'Uscita
 - E' costituito dall'insieme *finito* dei *simboli* d'uscita
 - S - Insieme degli Stati
 - Insieme *finito e non vuoto* degli *stati*
 - τ - Funzione stato prossimo
 - w - Funzione d'uscita

Macchina sequenziale

■ Funzione stato prossimo τ

- Ad ogni stato presente e per ogni simbolo di ingresso la funzione τ associa uno stato futuro:

$$\tau : S \times I \rightarrow S$$

- Ad ogni coppia $\{\text{stato}, \text{simbolo di ingresso}\}$ è associato, se specificato, uno ed uno solo stato futuro.

■ Funzione d'uscita ω

- Genera il simbolo d'uscita
- Macchine di Mealy. L'uscita dipende sia dallo stato sia dall'ingresso:

$$\omega : S \times I \rightarrow U$$

- Macchine di Moore. L'uscita dipende solamente dallo stato:

$$\omega : S \rightarrow U$$

Tabella degli stati

- Una macchina sequenziale può essere descritta mediante la *Tabella degli stati*
- Indici di colonna sono i simboli di ingresso $i_\alpha \in I$
- Indici di riga sono i simboli di stato $s_j \in S$ che indicano lo stato presente
- Elementi sono:
 - **Macchine di Mealy:** La coppia $\{u_\beta, s_j\}$:
 - ★ $u_\beta = w(i_\alpha, s_j)$ è il simbolo di uscita
 - ★ $s_j = \tau(i_\alpha, s_j)$ è il simbolo stato prossimo
 - **Macchine di Moore:** Il simbolo stato prossimo s_j :
 - ★ $s_j = w(i_\alpha, s_j)$ è il simbolo stato prossimo
- Nelle macchine di Moore i simboli d'uscita sono associati allo stato presente

Tabella degli stati

- Macchine di Mealy

	i_1	i_2	..
s_1^t	s_j^{t+1} / u_j	s_k^{t+1} / u_k
s_2^t	s_m^{t+1} / u_m	s_l^{t+1} / u_l
..

- Macchine di Moore

	i_1	i_2	..	
s_1^t	s_j^{t+1}	s_k^{t+1}	u_1
s_2^t	s_m^{t+1}	s_l^{t+1}	u_2
..

Diagramma degli stati

- Spesso, la stesura della *Tabella degli stati* è preceduta da una rappresentazione grafica ad essa equivalente, denominata *Diagramma degli stati*
- Il Diagramma degli stati è un *grafo orientato* $G(V,E,L)$
 - ◆ V - Insieme dei *nod*i
 - ★ Ogni nodo rappresenta uno stato
 - ★ Ad ogni nodo è associato un simbolo d'uscita (macchine di Moore)
 - ◆ E - Insieme degli *archi*
 - ★ Ogni arco rappresenta le transizioni di stato
 - ◆ L - Insieme degli:
 - ★ Ingressi e Uscite (macchine di Mealy)
 - ★ Ingressi (macchine di Moore)

Esempio – Macchina di Mealy

- Questo esempio mostra l'equivalenza delle due rappresentazioni nel caso di una macchina di Mealy

Diagramma degli stati

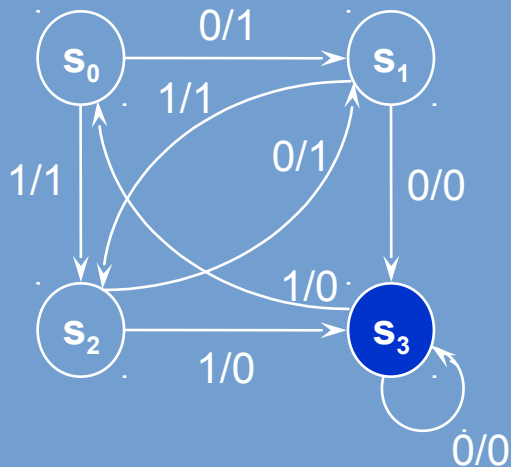


Tabella degli stati

	0	1
S ₀	S ₁ /1	S ₂ /1
S ₁	S ₃ /0	S ₂ /1
S ₂	S ₁ /1	S ₃ /0
S ₃	S ₃ /1	S ₀ /0

Esempio – Macchina di Moore

- Questo esempio mostra l'equivalenza delle due rappresentazioni nel caso di una macchina di Moore

Diagramma degli stati

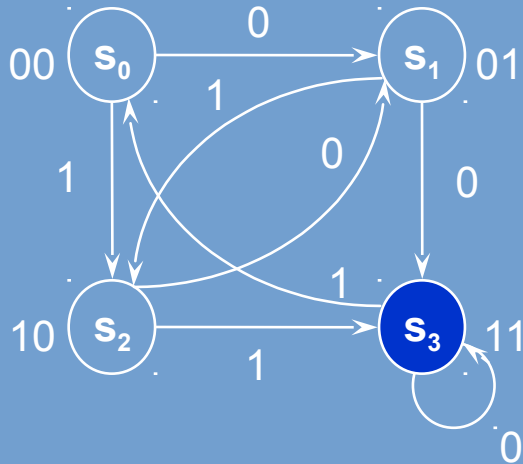


Tabella degli stati

	0	1	U
s_0	s_1	s_2	00
s_1	s_3	s_2	01
s_2	s_1	s_3	10
s_3	s_3	s_0	11

Distributore

Distributore senza resto

	0,50	1
0	0,50/-	1/-
0,50	1,00/-	0,00/ok
1	0,00/ok	0,50/ok

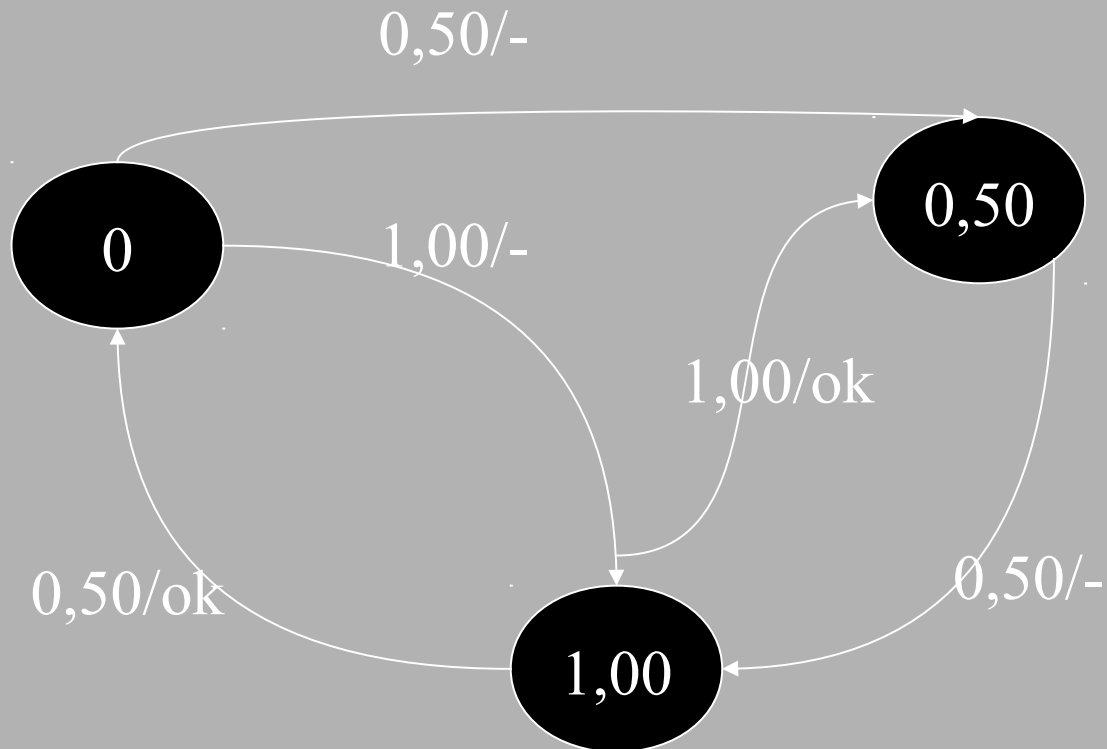
Distributore con resto

	0,50	1
0	0,50/-,-	1/-,-
0,50	1,00/-,-	0,00/ok,0
1	0,00/ok,0	0,00/ok,50

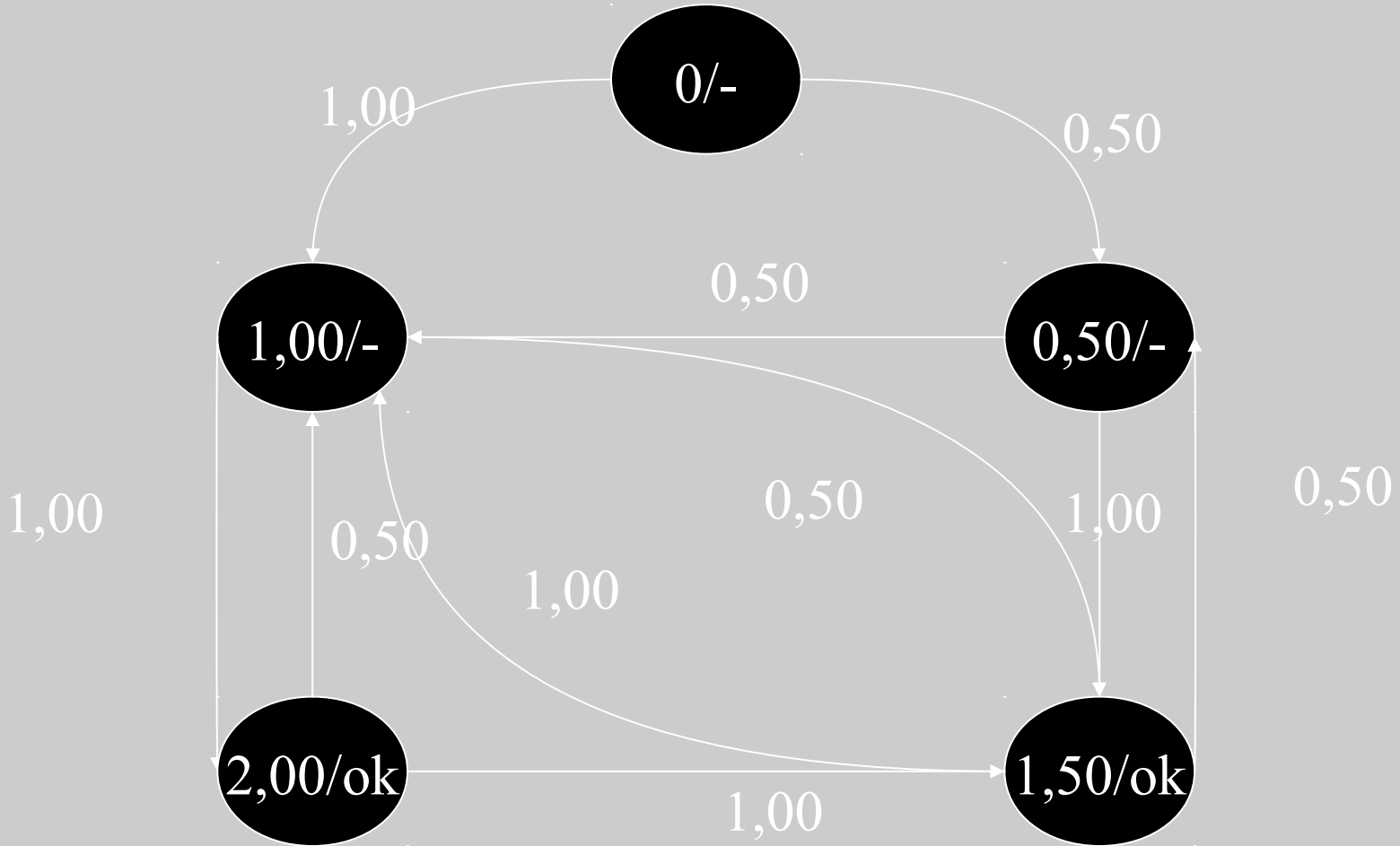
Il distributore accetta 0,50 e 1,00 €.

Viene data una bibita ad 1,50 €

Grafo di Mealy



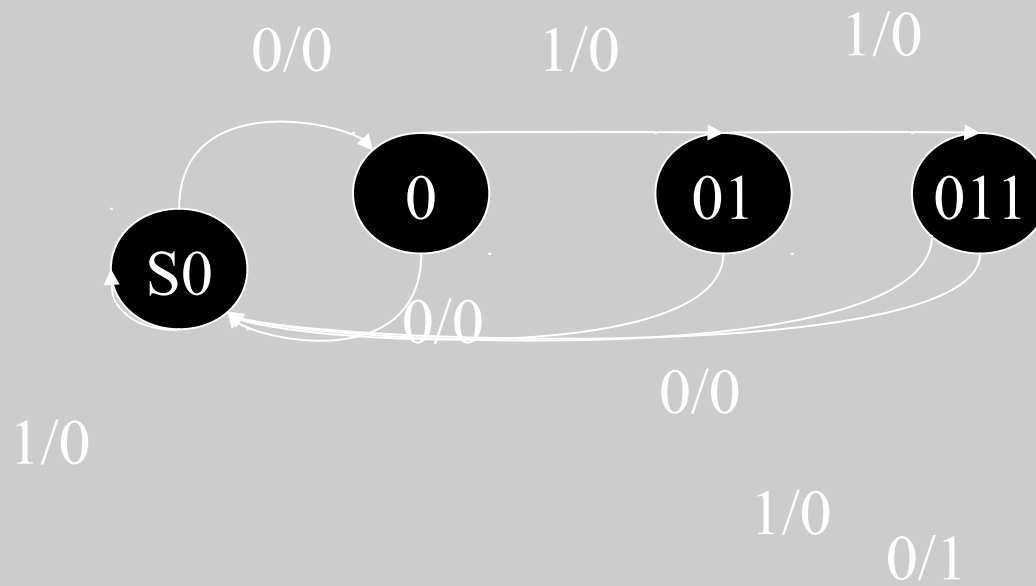
Grafo di Moore



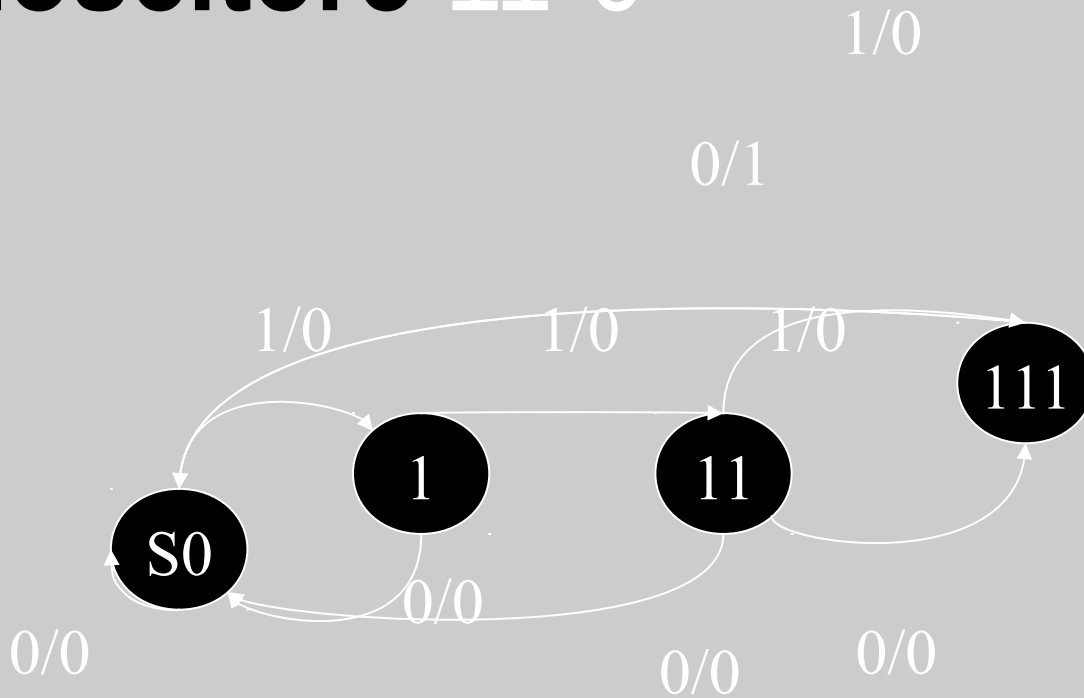
Esempi

- Contatore modulo n
- Complemento 10
- Riconoscitore di sequenza
- Riconoscitore di sequenza
 - 0110
 - 11-0
- Parità su 4 bit

Riconoscitore 0110

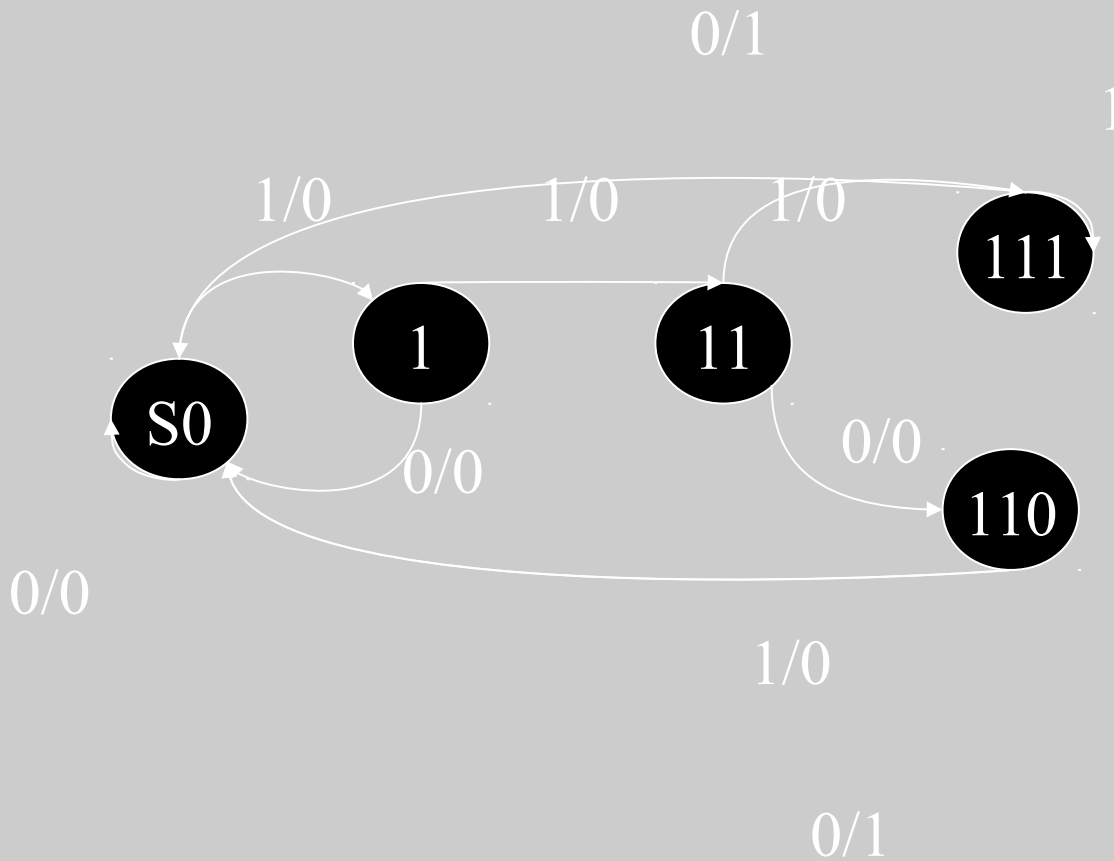


Riconoscitore 11-0



Ritorna a zero in caso di errore

Riconoscitore 11-0



Riconosce ovunque la sequenza

Esercizi sugli Automi

Esercizio 1

Testo:

Progettare, utilizzando il modello di automa a stati finiti, un controllore di un'ascensore di una palazzina di 2 piani. Si utilizzino le seguenti convenzioni:

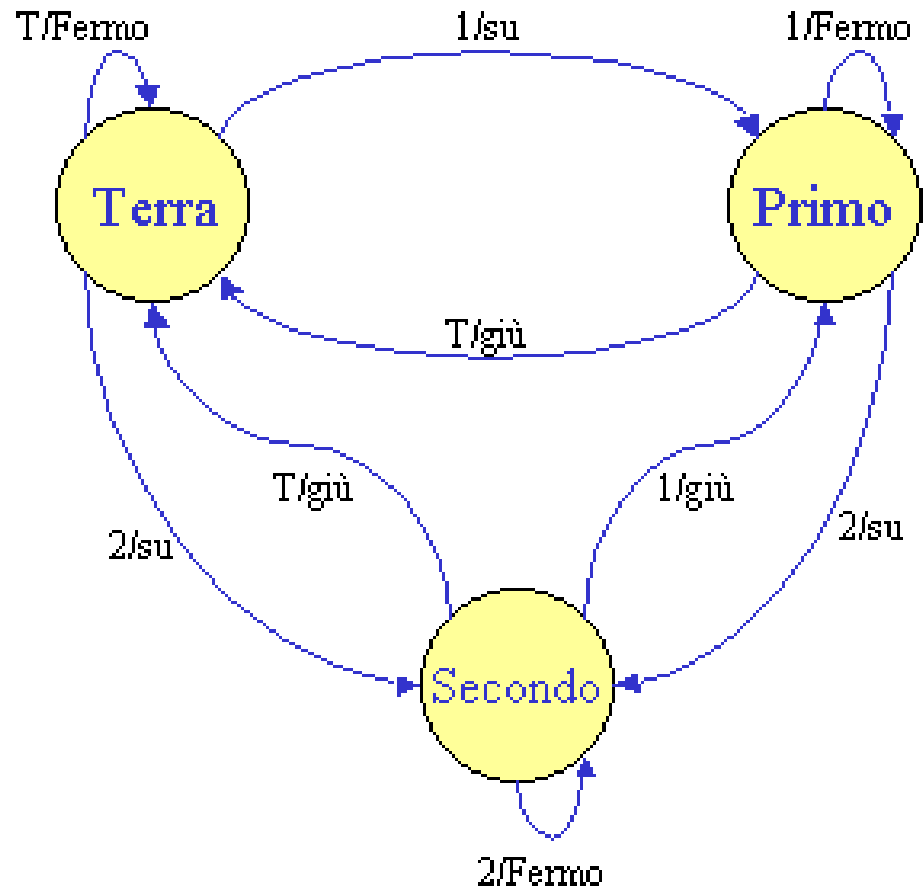
- l'insieme I degli ingressi è costituito dalla pulsantiera dell'ascensore e cioè $I = \{T, 1, 2\}$
- l'insieme U delle uscite è costituito dalla direzione di spostamento dell'ascensore stesso e cioè $U = \{\text{Fermo}, \text{Su}, \text{Giù}\}$.

Esercizio 1

Soluzione:

$I = \{T, 1, 2\};$

$U = \{\text{Fermo}, \text{su}, \text{giù}\};$



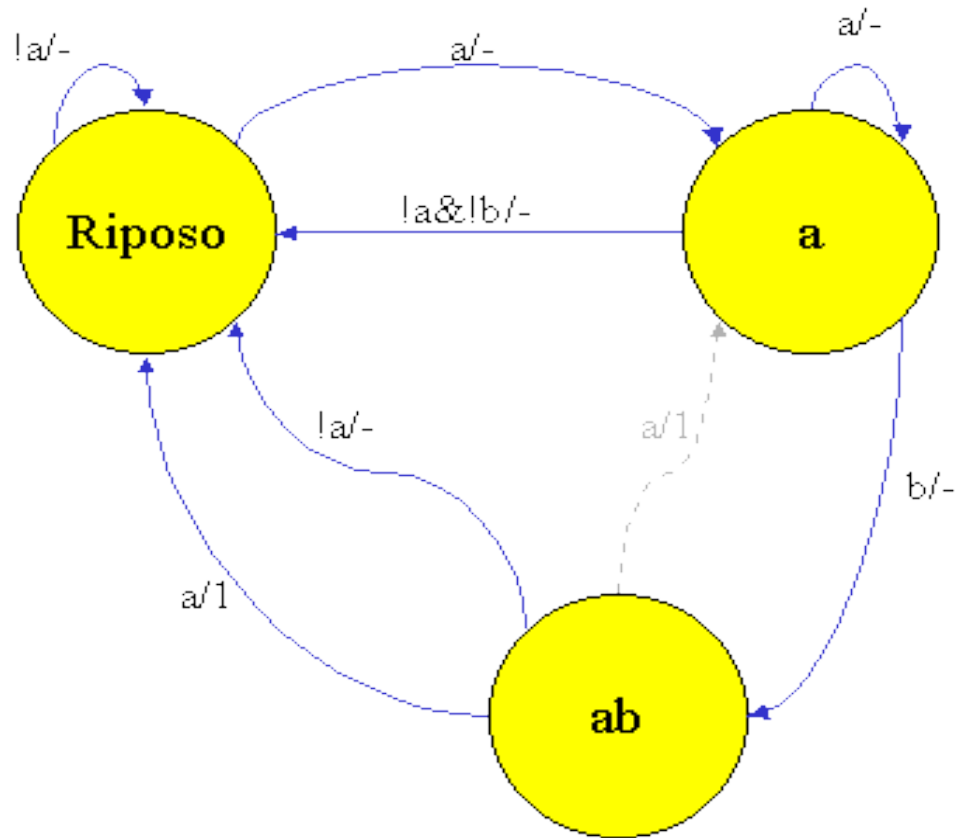
Esercizio 2

Testo:

Progettare un automa a stati finiti (di Mealy o di Moore) che accetta in ingresso i caratteri dell'alfabeto e riconosce la sequenza di ingresso costituita dalla parola 'aba'.

Esercizio 3

Lo stato arbitrariamente denominato 'a' corrisponde alla situazione "una 'a' riconosciuta". Quello denominato 'ab' corrisponde alla situazione "sequenza 'ab' riconosciuta". La transizione tratteggiata in grigio si riferisce ad un funzionamento alternativo dell'automa secondo il quale esso si riposiziona nuovamente nello stato 'a' subito dopo aver riconosciuto la sequenza. In questo caso, alla sequenza 'ababa' la macchina risponde con due uscite alte in corrispondenza della seconda e della terza 'a'.



Soluzione:

$I = \{ 'a', 'b', \dots, 'z' \};$

$U = \{ -, 1 \};$

Esercizio 3

Un segnale luminoso è collegato ad una porta dotata di una serratura elettronica. Il segnale resta sempre rosso, a meno che la serratura e la porta non risultino entrambe aperte, nel qual caso il colore del segnale diventa verde. Progettare l'automa a stati finiti (di Mealy o di Moore) che controlli il colore del segnale.

L'insieme degli ingressi è costituito da:

- CS: Chiudi Serratura
- AS: Apri Serratura
- CP: Chiudi Porta

- AP: Apri Porta

L'insieme delle uscite è costituito da:

- LV: Luce Verde
- LR: Luce Rossa

Lo stato iniziale è così caratterizzato:

- S0 = Porta Chiusa e Serratura Chiusa

Esercizio 4

Un frullatore elettrico per poter funzionare correttamente necessita di essere acceso e della presenza del tappo sul bicchiere. Progettare un automa a stati finiti (di Mealy o di Moore) per controllare il funzionamento del frullatore. Il segnale d'uscita resta basso, a meno che il frullatore non sia acceso e non sia presente il tappo.

L'insieme degli ingressi è costituito da:

- MT: Metti Tappo
- TT: Togli Tappo
- AF: Accendi Frullatore
- SF: Spegni Frullatore

L'insieme delle uscite è costituito da:

- ON: Frullatore funzionante
- OFF: Frullatore non funzionante

Lo stato iniziale è così caratterizzato:

- S0 = Senza Tappo e Frullatore Spento